Leçon 159 : Formes linéaires et dualité en dimension finie. Exemples et applications.

1 Généralités (Rombaldi)

1.1 L'espace dual E^*

- Définition forme linéaire + exemples
- Description du dual (dimension, base etc.)
- Réciproque du lien entre base de E et base E^*
- Théorème de représentation de Riesz en dimension finie

1.2 Orthogonalité

- Définition orthogonalité pour forme linéaire
- Définition orthogonalité pour partie (du point de vue dualité)
- Quelques propriétés sur les interactions de ces notions
- Quelques propriétés sur les dimensions des différentes espaces + leur implication dans des décomposition de l'espace

1.3 Noyaux de formes linéaires (Gourdon)

- Dimension d'une intersection de noyaux de formes linéaires
- Définition d'hyperplan
- Caractérisation des sous ev en tant qu'hyperplan ssi noyau d'une forme linéaire
- Application : équations d'un sous-ev en dim finie

1.4 Transposition

- Définition de la transposée d'une application linéaire + injectivité
- Quelques propriétés de cette application
- Théorème sur le lien entre les représentations matricielles

2 Applications (Rombaldi, Rouvière, Szpirglas)

2.1 En réduction

- Définition matrice nilpotente
- Définition bloc de Jordan
- Dév 1 : Réduction de Jordan pour matrices nilpotentes

2.2 En topologie/géométrie

- Définition enveloppe convexe
- Hahn-Banach géométrique
- Dév 2 : L'enveloppe convexe de $\mathcal{O}_n(\mathbb{R})$

2.3 Utilisation en calcul différentiel

- Fonction différentiable à valeur réelle
- Condition nécessaire d'extremum local
- Existence du gradient